

Der Flächeninhalt des Kreises – Hinweise für Lehrpersonen

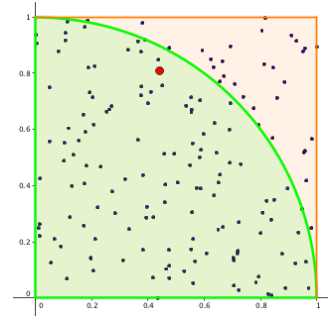
Mathematischer Sachverhalt

Gegeben ist ein Quadrat mit Seitenlänge 1 und darin ein Viertelkreis. Zur Berechnung des Flächeninhaltes des Viertelkreises lässt man Punkte zufällig auf die Quadratfläche «regnen» und zählt, wie viele Punkte im Viertelkreis liegen.

Liegen von n Punkten k Punkte im Viertelkreis, ergibt sich aus proportionalen Überlegungen für den Flächeninhalt des Viertelkreises die Näherung

$A_{\text{Viertelkreis}} \approx \frac{k}{n} \cdot 1$. Die Fläche des ganzen Kreises ist 4-mal so gross,

daher ergibt sich für den Faktor zwischen Einheitsquadrat und Vollkreis $\pi \approx 4 \cdot \frac{k}{n}$. («Monte Carlo-Methode»).



Mathematische Begriffe (können den Lernenden als Hilfe angegeben werden)

Quadrat, Viertelkreis, Kreis, Flächeninhalt, Radius, innerhalb, ausserhalb, Näherung

Fragestellungen des Arbeitsblattes und mögliche Antworten

Gegeben ist ein Quadrat mit Seitenlänge 1 und darin ein Viertelkreis. Du möchtest die Fläche des Viertelkreises berechnen und nimmst die Quadratfläche als Ausgangspunkt: Dazu lässt du Punkte zufällig auf die Quadratfläche «regnen» und beobachtest, wie viele Punkte im Viertelkreis liegen.

Wie berechnest du daraus den Flächeninhalt des Viertelkreises? Und den Flächeninhalt des ganzen Kreises mit Radius 1? Was bedeutet π ?

Siehe oben unter «Mathematischer Sachverhalt», im Beispiel rechts ergibt

sich $A_{\text{Viertelkreis}} \approx \frac{130}{161} \cdot 1 = 0.80745 \dots$ und damit $\pi \approx 4 \cdot \frac{130}{161} = 3.2298 \dots$

130 von 161 Punkten im Viertelkreis,
also $\pi \approx 3.2298$

Weiterführende Fragestellungen

Die Methode kann auf beliebige krummlinig begrenzte Flächen übertragen werden, welche mit einer bekannten Fläche (Quadrat, Rechteck...) verglichen werden können.

Einordnung im deutschschweizerischen Lehrplan 21

(zentrale Kompetenzen der Aufgabe sind fett markiert)

MA.2 Form und Raum

A Operieren und Benennen: 3f, 3i

B Erforschen und Argumentieren: **1j**, 1k, 2h

C Mathematisieren und Darstellen: 2i

MA.3 Grössen, Funktionen, Daten und Zufall

B Erforschen und Argumentieren: **1j**, 2e

C Mathematisieren und Darstellen: 2f, 2h